

**Дырда В.И.**, д-р техн. наук, профессор  
(ИГТМ НАН Украины),  
**Логинова А.А.**, аспирант  
(ГВУЗ «НГУ»)

**НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ ПРИ  
РАЗРУШЕНИИ МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ В  
УДАРНО-ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ДРОБИЛКАХ**

**Дирда В.І.**, д-р техн. наук, професор  
(ИГТМ НАН України),  
**Логінова А.О.**, аспірант  
(ДВНЗ «НГУ»)

**ДЕЯКІ ПРОБЛЕМИ ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ ПІД ЧАС  
РУЙНУВАННЯ МІНЕРАЛЬНОЇ СИРОВИНИ В  
УДАРНО-ВІДЦЕНТРОВИХ ДРОБАРКАХ**

**Dyrda V.I.**, D. Sc. (Tech.), Professor  
(IGTM NAS of Ukraine),  
**Loginova A.A.**, Doctoral Student  
(NMU SHEI)

**SOME PROBLEMS OF ENERGY SAVING AT BREAKING  
MINERAL RAW MATERIALS IN THE SHOCK-CENTRIFUGAL  
CRUSHER**

**Аннотация.** В статье рассматриваются некоторые проблемы измельчения минерального сырья в ударно-центробежных дробилках с вертикальным валом рабочего органа. Рассматриваются гипотезы, связывающие подведенную к дробилке работу с показателем, характеризующим результаты процесса измельчения (гипотезы Кирпичева, Бонда, Ребиндера и др.); предпочтение отдается гипотезе Риттингера, согласно которой вновь образованная поверхность при измельчении руды пропорциональна произведенной работе. Излагается математическая модель разрушения минерального сырья в ударно-центробежных дробилках; в основу модели положена концепция квазихрупкого разрушения Черепанова Г.П.: «... величина необратимой работы, затраченной на образование единицы площади свободной поверхности тела при развитии трещины, является постоянной материала, не зависящей от нагрузок, формы и размеров тела». Для расчета энергоемкости разрушения минерального сырья при деформациях сжатия и сдвига используется теория Кулона – Навье с функцией поврежденности материала. Показано, что наиболее энергосберегающим механизмом разрушения материалов в ударно-центробежных дробилках являются способы и средства, в которых реализуются преимущественно сдвиговые напряжения.

**Ключевые слова:** ударно-центробежные дробилки, теория Кулона-Навье, функция поврежденности минерального сырья, энергосберегающие механизмы

**Постановка задачи**

Анализ особенностей рабочего процесса разрушения минерального сырья в ударно-центробежных дробилках с вертикальным валом рабочего органа изложен в [1]. Рассматриваемая проблема в целом сводится к установлению

функциональной связи между удельной работой  $u$  и затраченной на разрушение сырья, и удельной поверхностью  $F$ , т.е.

$$F = f(u).$$

Известно также о существовании ряда гипотез, связывающих подведенную к дробилке работу с показателем, характеризующим результаты процесса измельчения: таковы гипотезы Кирпичева, Бонда, Риттингера, Ребиндера и т.д. Все они в той или иной степени основаны на теориях прочности твёрдых тел Кулона, Навье, Мора и т.д.

Наиболее известной является гипотеза Риттингера, согласно которой вновь образованная поверхность при измельчении руды пропорциональна произведенной работе. Позже ряд исследователей, в том числе и Бонд, считали, что гипотеза Риттингера не совсем полно объясняет процесс измельчения. Так, для тонкого измельчения предлагается считать, что работа измельчения пропорциональна квадрату вновь образованной поверхности. Более подробно этот вопрос рассмотрен в [2]; там же делается и вывод, что для большинства материалов всё же подтверждается гипотеза Риттингера.

Несмотря на усилия многих исследователей, среди которых можно назвать Миттагу, Тунцова А.Г., Загустина А.И., Товарова В.В. и других (обзор работ дан в [3]), уравнения кинетики измельчения минерального сырья, построенного с учетом строгих концепций механики разрушения твёрдых тел не существует.

### Математическая модель разрушения минерального сырья

На сегодняшний день существует весьма многочисленная литература по разрушению горных пород, в том числе и при измельчении. Прежде чем перейти к изложению основного материала рассмотрим некоторые важные предпосылки, а основные составляющие теоретических и экспериментальных исследований многих авторов изложим в виде кратких эмпирических обобщений:

1. В инженерной практике наиболее характерным и универсальным информационным параметром, определяющим сопротивляемость руды измельчению, является эффективность измельчения, которая определяется как количество энергии, израсходованной на одну тонну кондиционного продукта (например, концентрата):

$$e_{эф} = \frac{U_э}{Q(\beta_k - \beta_{исх})},$$

где  $U_э$  – количество энергии, израсходованной в единицу времени, кВт·ч;  $Q$  – количество руды, измельчённой за промежуток времени, т;  $\beta_k$ ,  $\beta_{исх}$  – содержание заданного класса крупности соответственно в измельчённом продукте и в исходной руде, %.

В случае постоянного состава перерабатываемой руды минимальное значение  $e_{эф}$  будет свидетельствовать о работе мельницы в оптимальном режиме по параметрам загрузки и производительности.

2. При анализе механизма разрушения образцов необходимо учитывать целый ряд факторов: пористость, структуру материала, наличие трещиноватости, влаги и т.д.

3. Применительно к процессу измельчения наиболее признанным и наиболее часто употребляемым является закон Риттингера, опубликованный в 1867 году. Риттингер считал, что расход энергии  $U$  на измельчение породы пропорционален вновь образованной поверхности с площадью  $F$  и не зависит от формы механизма измельчения и величины энергии удара, т.е.

$$U = KF = K \left( \frac{1}{d_{cp}} - \frac{1}{D_{cp}} \right) n,$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности или показатель удельной поверхностной энергоёмкости разрушения;  $D_{cp}$  и  $d_{cp}$  – соответственно средние диаметры кусков породы до и после дробления;  $n$  – количество кусков породы.

4. Применительно к квазихрупкому разрушению горных пород при измельчении поверхностная энергия может рассматриваться как энергия взаимодействия частиц. Если разрушение породы произошло по некоторой поверхности, на единицу которой приходилось  $n_0$  разорванных связей с одинаковой энергией взаимодействия  $u_0$ , то поверхностная энергия на единицу площади  $U$  будет равна

$$U = \frac{u_0 m_0 n_0}{\rho_0 n}, \quad (1)$$

где  $u_0$  – энергия взаимодействия частиц;  $m_0$  – масса одной частицы;  $n_0$  – число разорванных связей на единице поверхности;  $\rho_0$  – плотность породы при некоторой температуре;  $n$  – число частиц.

Из формулы (1) следует, что поверхностная энергия пропорциональна энергии взаимодействия частиц.

Для улучшения технологических и экономических показателей процессов разрушения сырья в ударно-центробежных дробилках используют различные приёмы: видоизменение профиля футеровки (конструкции) и применение более износостойких материалов, скорость вращения рабочего органа и т.д.

Рассмотрим энергетическую составляющую процессов дробления и измельчения минерального сырья.

Как отмечалось выше, многие исследователи сходятся во мнении, что при одной и той же степени дробления независимо от способа разрушения энергия разрушения для одной и той же породы остаётся постоянной. Для идеально упругой породы удельная работа разрушения  $U_0$  определяется как

$$U_0 = \frac{\sigma_{сж}^2}{2E}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{сж}$  – напряжение при сжатии образца породы;  $E$  – модуль упругости породы.

При вязких или пластических составляющих разрушения происходят дополнительные затраты энергии.

Как видно, все перечисленные формулы прочности носят полуэмпирический характер, а определение входящих в них коэффициентов требует проведения весьма обширных экспериментальных исследований. К тому же сами коэффициенты носят комплексный характер, т.е. они зависят от вида механизма разрушения материала (или образца), от масштабного фактора, структуры материала, наличия влаги, трещиноватости и т.д. Поэтому они малопригодны для выбора оптимального механизма разрушения горных пород. Более предпочтительными являются классические теории прочности, но и они вследствие природной дефектности и неоднородности горных пород далеко не всегда позволяют адекватно описать процесс разрушения. Наиболее используемыми являются теория Кулона-Навье, теория Мора и теория трещин (Гриффитс, Орован, Черепанов и другие). Для железных руд наиболее подходящей является Теория Кулона-Навье. Рассмотрим её более подробно.

Кулон предложил теорию максимального касательного напряжения. Согласно этой теории образец разрушится, когда максимальное касательное напряжение в некотором микрообъёме материала достигнет предельной величины  $S_0$ . Эта величина  $S_0$  обычно называется прочностью материала при сдвиге. Если главные нормальные напряжения в образце  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , то максимальное касательное напряжение будет

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3).$$

Критерий разрушения Кулона можно записать в виде:

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \geq S_0.$$

Навье несколько модифицировал теорию Кулона. Рассмотрим двумерный случай, когда нормальные напряжения  $\sigma_\theta$  и касательные напряжения  $\tau_\theta$  действуют в плоскости разрушения образца горной породы. Этот случай весьма характерен для процесса разрушения железных руд в шаровых мельницах.

Согласно теории Кулона-Навье разрушение образца горной породы произойдёт в том случае, когда касательное напряжение, действующее в плоскости разрушения, достигнет величины

$$|\tau_\theta| = S_0 + \mu\sigma_\theta, \quad (3)$$

или

$$S_0 = |\tau_\theta| - \mu\sigma_\theta, \quad (4)$$

где  $|\tau_\theta|$  – абсолютное значение касательного напряжения;  $\mu\sigma_\theta$  – выражение, тождественное силе трения на наклонной плоскости с углом  $\theta$ ;  $S_0$  – прочность материала при сдвиге;  $\mu$  – коэффициент внутреннего трения;  $\sigma_\theta$  – нормальное напряжение на наклонной плоскости с углом  $\theta$ .

В терминах нормального и касательного напряжений критерий прочности Кулона-Навье может быть записан в виде:

$$\sigma_\theta = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)2 \cos 2\theta}{2 + (\sigma_1 - \sigma_3)}, \quad (5)$$

$$\tau_\theta = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\theta. \quad (6)$$

Отсюда

$$S_0 = |\tau_\theta| - \mu\sigma_\theta = -\frac{\rho}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)(\sin 2\theta - \mu \cos 2\theta). \quad (7)$$

При одноосном сжатии ( $\sigma_1 = C_0$ ,  $\sigma_3 = 0$ ) критерий Кулона-Навье можно записать следующим образом

$$C_0 = \frac{2S_0 Q(p)}{(\mu^2 + 1)^{0.5} - \mu}, \quad (8)$$

или

$$S_0 = \frac{1}{2}C_0 [(\mu^2 + 1)^{0.5} - \mu] \cdot Q(p), \quad (9)$$

где  $C_0$  – прочность материала при сжатии;  $Q(p)$  – некоторая функция, определяющая нарушенность структуры материала на поверхности или в объёме за счёт наличия дефектов различной природы, определяется экспериментально.

Сравнивая выражения (7) и (8) можно отметить, что при  $\mu = 1$  (номинальное значение коэффициента внутреннего трения) прочность горной породы на сжатие всегда больше прочности при сдвиге, т.е.  $C_0 > S_0$ . Это один из весьма важных выводов теории прочности Кулона-Навье, который подтверждается экспериментально. Для горных пород при различных видах нагружения экспериментально доказано, что

$$\sigma_p < \tau_\theta < \sigma_{сж}.$$

При этом прочность горной породы на сжатие в 5-10 раз выше предела прочности на сдвиг и в 8-15 раз выше предела прочности на растяжение.

Такая же закономерность наблюдается и при рассмотрении энергоёмкости разрушения горной породы: при разрушении породы сжатием энергоёмкость в 10-20 раз больше, чем при разрушении сдвиговыми или растягивающими напряжениями [3].

Таким образом, наиболее энергосберегающим механизмом разрушения железных руд являются способы и средства, в которых реализуются преимущественно сдвиговые напряжения (растягивающие напряжения трудно реализовать).

Применительно к дробилкам такой механизм может быть реализован при использовании некоторых технологических особенностей [1]. Сущность их состоит в следующем: часть крупной фракции минерального сырья поступает не на разгонный ротор, а непосредственно в камеру дробления, что в условиях наличия автогенной самофутеровки приводит к росту его концентрации. Это, в свою очередь, приводит к увеличению взаимодействия между кусками сырья и, как следствие, ударное разрушение будет сочетаться с истиранием и сдвигом (скалыванием). По мнению авторов работы [1] такая технологическая особенность в дробилках типа «Бармак» позволяет снизить крупность готового продукта, снизить энергонапряженность в зоне дробления и повысить производительность дробилки.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Сокур, Н.И. Дробление и измельчение руд / Н.И. Сокур, В.Н. Потураев, Е.К. Бабец. – Кривой Рог: ВЭЖА, 2000. – 290 с.
2. Справочник по обогащению руд. Подготовительные процессы / Под ред. О.С. Богданова, В.А. Олевского. – М.: Недра, 1982. -366 с.
3. Дырда, В.И. Резиновые футеровки технологических машин / В.И. Дырда, Р.П. Зозуля, А.П. Левицкий, И.В. Хмель. – Днепропетровск, 2014. – 255 с.

### REFERENCES

1. Sokur, N.I., Poturayev, V.N. and Babets, Ye.K. (2000), *Drobleniye i izmel'cheniye rud* [Crushing and grinding of ore], VEZHA, Krivoy Rog, Ukraine.
2. Bogdanov, O.S. and Olevskiy, V.A. (ed.) (1982), *Spravochnik po obogashcheniyu rud. Podgotovitel'nyye protsessy* [Directory on enrichment of ores. The preparatory process], Nedra, Moscow, USSR.
3. Dyrda, V.I., Zozulya, R.P., Levitskiy, A.P. and Khmel', I.V. (2014), *Rezinovyye futerovki tekhnologicheskikh mashin* [Rubber linings of technological machines], Dnepropetrovsk, Ukraine.

### Об авторах

**Дырда Виталий Илларионович**, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, [vita.igtm@gmail.com](mailto:vita.igtm@gmail.com)

**Логинова Анастасия Александровна**, аспирант, Государственное ВУЗ «Национальный горный университет», Днепропетровск, Украина, [rector@nmu.org.ua](mailto:rector@nmu.org.ua)

### About the authors

**Dyrda Vitaly Illarionovich**, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Head of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, [vita.igtm@gmail.com](mailto:vita.igtm@gmail.com)

**Loginova Anastasya Aleksandrovna**, Doctoral Student, National Mining University State Higher Educational Institution, Dnepropetrovsk, Ukraine, [rector@nmu.org.ua](mailto:rector@nmu.org.ua)

**Анотація.** У статті розглянуто деякі проблеми подрібнення мінеральної сировини в ударно-відцентрових дробарках з вертикальним валом робочого органу. Розглянуто гіпотези, що зв'язують підведenu до дробарки роботу з показником, що характеризує результати процесу подрібнення (гіпотези Кірпічова, Бонда, Ребіндера та інш.); перевага надається гіпотезі Рітінгера, згідно якої знову утворена поверхня під час подрібнення руди пропорційна виконаній роботі. Викладено математичну

модель руйнування мінеральної сировини в ударно-відцентрових дробарках; в основу моделі покладено концепцію квазікрихкого руйнування Черепанова Г.П.: «...величина незворотної роботи, витраченої на побудову одиниці площі вільної поверхні тіла під час розвитку тріщини, є постійною матеріалу, що не залежить від навантажень, форми та розмірів тіла». Для розрахунку енергоємності руйнування мінеральної сировини під час деформацій стиску та зсуву використовується теорія Кулона – Нав'є з функцією пошкодженості матеріалу. Показано, що найбільш енергозберігаючим механізмом руйнування матеріалів в ударно-відцентрових дробарках є способи і засоби, де реалізовано переважно напруги зсуву.

**Ключові слова:** ударно-відцентрові дробарки, теорія Кулона – Нав'є, функція пошкодженості мінеральної сировини, енергозберігаючі механізми

**Abstract.** The article focuses on some problems of mineral raw materials breaking in the shock-centrifugal crushers with vertical shaft in the working body, and on hypotheses that link operation of the crusher with the indicator which characterizes results of the breaking process (hypotheses of Kirpichov, Bond, Rehbinder, et al.). The Rittinger's hypothesis is preferred as according to it a surface newly formed by the ore breaking is proportional to the work made. A mathematical model of the mineral raw materials breaking in the shock-centrifugal crushers is presented; the model is based on the concept of G.P. Cherepanov quasibrittle fracture according to which "... a value of irreversible work applied for forming a unit of free surface area of a body during the crack development is a material constant which does not depend on the load, body shape and size". The Coulomb - Navier theory with function of damaged material is used for calculating energy intensity of the of mineral raw materials grinding at compression strain and shear strain. It is shown that a the most energy-efficient mechanism of materials breaking in the shock-centrifugal crushers is methods and facilities in which shear stresses are mainly implemented.

**Keywords:** shock-centrifugal crusher, theory of Coulomb-Navier, function of mineral raw materials damage, energy-saving mechanisms

*Стаття поступила в редакцію 10.04.2015*

*Рекомендовано к печати д-ром техн. наук С.П. Минеевым*

**Козуб Ю.Г.**, канд. техн. наук, доцент,  
**Козуб Г.А.**, канд. техн. наук, доцент  
(ЛНУ ім. Тараса Шевченка)

## **НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ АМОРТИЗАТОРОВ**

**Козуб Ю.Г.**, канд. техн. наук, доцент,  
**Козуб Г.А.**, канд. техн. наук, доцент  
(ЛНУ ім. Тараса Шевченка)

## **НЕЛІНІЙНЕ ДЕФОРМУВАННЯ БАГАТОШАРОВИХ ГУМОМЕТАЛЕВИХ АМОРТИЗАТОРІВ**

**Kozub Yu.G.**, Ph. D., Associate Professor,  
**Kozub G.A.**, Ph. D., Associate Professor  
(LNU named after Taras Shevchenko)

## **NON-LINEAR DEFORMATION OF MULTILAYER RUBBER- METAL SHOCK-ABSORBERS**

**Аннотация.** Для решения задачи динамического деформирования эластомерных элементов разработана математическая модель и предложен метод расчёта конструкций с учётом физической и геометрической нелинейности слабосжимаемых вязкоупругих тел. Слабая сжимаемость эластомеров проявляется при стеснённой деформации эластомеров и деформации тонких слоёв резиновых элементов в резинометаллических конструкциях. Для описания нелинейных вязкоупругих свойств эластомера используются законы Пенга-Ландела, Линдли, модифицированный закон Гука. В качестве ядра релаксации используется ядро Работнова. Амплитуда колебаний амортизатора определяется из решения задачи динамики методом конечных элементов с применением схемы Ньюмарка. Предложенный метод используется для решения связанной задачи термоупругости и определения долговечности на основе энергетического критерия.

**Ключевые слова.** слабая сжимаемость, эластомер, долговечность, метод конечных элементов

**Введение.** В машиностроении и строительстве широкое распространение получили вязкоупругие демпфирующие элементы конструкций. Для уменьшения осадки таких демпфирующих конструкций их чаще всего изготавливают в виде многослойных резинометаллических пакетов, в которых основную демпфирующую функцию выполняют эластомерные слои. Исследованию вязкоупругих свойств резины, анализу деформирования и разрушения эластомерных элементов конструкций посвящено достаточно большое количество работ отечественных и зарубежных авторов [1-4]. Наиболее эффективным для описания вязкоупругих свойств является применение уравнений Вольтерра. В динамических расчётах следует учитывать эффекты демпфирования резиновых элементов конструкций, случайный характер возмущающих воздействий и наследственно-упругую реакцию на них [3, 5-9]. Чаще всего при исследовании поведения резины вводится гипотеза о несжимаемости этого материала. Однако при стеснённых деформациях эта гипотеза неприемлема [10]. Аналитические решения