

ПРО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН У ОКОЛІ СВЕРДЛОВИНИ ПРИ ГІДРОВІДЖИМІ

Настоящая работа посвящена анализу методов определения напряженно-деформированного состояния вокруг скважин гидроразрыва. Показаны очевидные трудности при использовании решения задачи Лямэ для скважин с небольшими камерами нагнетания. Предложено решать указанную задачу как пространственную задачу теории упругости. Дано решение задачи для цилиндрической скважины ограниченной длины под давлением. Построены графики распределения напряжений вокруг скважины.

STRAIN-STRESS STATE AT HYDRORUPTURE BOREHOLE

Present paper is devoted to strain-stress state method analyze at hydrorupture borehole. As a result, the difficulties of Lamb solution to strain-stress state analyze for small volume borehole became evident. Proposed to find solution with volume elastostatic position. Given the solution for finite length cylinder borehole under the internal pressure. Strain-stress state analyze results are demonstrated.

Спостереження за деформуванням пластів після гідровіджиму [1] дозволили встановити прямий зв'язок між величинами деформації пласта та зниженням тиску газів у ньому. І хоч відомо що причина цього явища може бути різною цей факт може означати наявність зони інтенсивного руйнування вугілля у околі свердловини гідровіджиму. Таким чином, головна дія гідровіджиму полягає у деформуванні і розвантаженні призабійної зони пласта від напружень. Деформування і відповідне розвантаження пласта, що прилягає до виробки, призводить до істотного перерозподілу напружень у всій призабійній зоні. Тому проблема визначення напружено-деформованого стану у околі свердловини є важливою і актуальною.

Спроб розглянути механізм гідровіджиму і напруженого стану навколо свердловини з аналітичних позицій небагато [2]. Так в роботі [6] вплив свердловини гідровіджиму на напружений стан у околі свердловини моделювався витягнутим еліпсоїдом. Відомі спрощені рішення у яких гідровіджим розглядався як процес видавлювання призабійної зони тиском води, що діяв на поперечний переріз пласта на певній відстані від поверхні забою. Додаткові сили, що діють у напрямку виробки визначаються залежними від градієнта тиску води, площі на яку діє цей тиск, та сил тертя. Максимальний ефект – повний гідровіджим, визначався з умови рівності нулю осьових напружень на кромці забою виробки. З отриманих рівнянь робиться ряд висновків, що заслуговують на увагу. Встановлено, що довжину робочої камери шпура при гідровіджимі потрібно приймати мінімальною [1]. Все вищезгадане має місце у випадку повного гідровіджиму, при якому складові призабійної зони пласта-вугільні блоки виходять зі зчеплення один з одним, результатом чого є зменшення до нуля осьових напружень. Пласт у деформованій гідровіджимом зоні має зменшене зчеп-

лення з почвою та кривлею, і його опір зсуву визначається опором тертя по площинам почви та покрівлі.

В роботі [3] задача про визначення зовнішньої межі руйнування масиву у околі свердловини знаходиться з розв'язку задачі Ляме. Усі припущення про врахування осьової симетрії виконуються. Об'єктом визначення напружено-деформованого стану при цьому була зона навколо свердловини в якій відбувався процес руйнування тріщинами розриву. Радіус цієї зони знаходився з умови рівності розтягуючих напружень їх межовим значенням на розрив.

В роботі [4] у якості теоретичної основи для аналізу напружено-деформованого стану пружного середовища у околі свердловини гідровіджиму використано відомий розв'язок задачі Ляме. Напружений стан у необмеженому гірському масиві розглядається як товстостінний циліндр навантажений зовнішнім і внутрішнім тиском. Так із порівняння експериментальних даних з вибраним розв'язком встановлено, що міцність товстостінного циліндра при внутрішньому навантаженні до певної міри залежить від товщини стінки [3]. Встановлено також, що при відношенні величин зовнішнього до внутрішнього радіусів, що перевищує чотири, циліндр практично може розглядатися як порожнина з нескінченною товщиною стінок. У випадку, якщо довжина внутрішньої порожнини циліндра має достатню довжину, то вплив торцевих поверхонь незначно впливає на розподіл напружень у околі свердловини. Тріщини гідророзриву, які виникають за цих умов і обумовлені взаємодією чисельно рівних тангенціальних (розтягуючих) і радіальних (стискаючих) головних напружень, виникають вздовж утворюючих свердловини. Результати виконаних на моделях експериментальних робіт підтвердили теоретичні висновки відносно порід схильних до крихкого характеру руйнування (скло, бетон та інші). Аналіз характеру руйнування зразків гірських порід гідророзривом показав, що у всіх досліджуваних товстостінних зразках, незалежно від форми зовнішнього контуру тріщини гідророзриву, як правило, розташовані у радіальних площинах.

Суттєва відмінність характеру та значень силових параметрів процесу руйнування спостерігається при зменшенні довжини камер нагнітання. При цьому повздовжній характер розповсюдження тріщин гідророзриву змінюється на поперечний.

Цей факт, на наш погляд, може бути поясненим лише тим, що досягнута межа зони коректності використання прийнятого рішення. Використання розв'язку осесиметричної задачі теорії пружності, по суті справи, плоскої задачі, при прийнятих в задачі Ляме припущеннях, не є коректним. Вихід з цієї ситуації полягає в тому, що для визначення напружено-деформованого стану у околі свердловини гідророзриву необхідно користуватись не розв'язком задачі Ляме, а розв'язувати просторову задачу теорії пружності. Більше того, розв'язок, який використовують автори в роботі [4] не відображає нерівнокомпонентний напружено-деформований стан масиву гірських порід у околі свердловин гідророзриву, що робить доволі обмеженим сферу його використання. Розв'язок же просторової задачі теорії пружності пристосований до врахування

будь-якого виду, в тому числі і нерівнокомпонентного напружено-деформованого стану, який існує у гірських масивах (рис. 1).

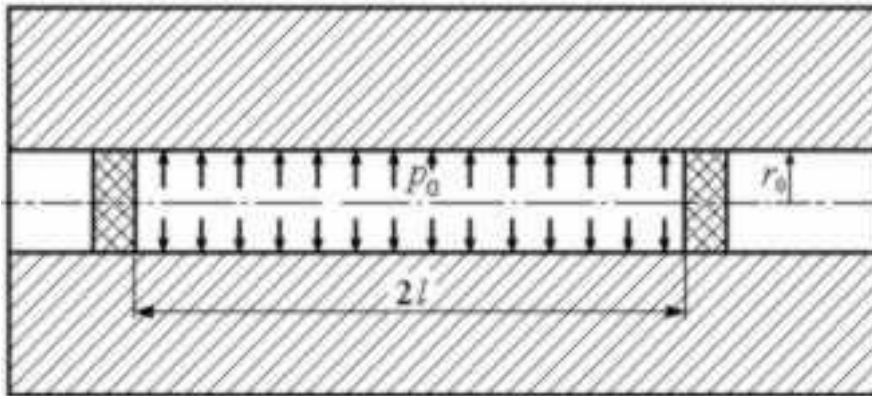


Рис. 1 – Схема гідророзриву, що призводить до просторової задачі теорії пружності

Розглянемо циліндричну порожнину довжиною $2l$ та радіусом r_0 (рис. 1). Всередині порожнини на бічну поверхню діє тиск p_0 . Граничну умову можна описати функцією $p(z)$, яка задається співвідношенням

$$p(z) \Big|_{r=r_0} = \begin{cases} p_0 & \text{при } |z| < l, \\ 0 & \text{при } |z| > l. \end{cases} \quad (1)$$

Напружений стан навколо циліндричної порожнини в осесиметричному випадку визначається радіальною та осьовою компонентами переміщення, відповідно u та w . З розв'язку рівнянь рівноваги теорії пружності в формі Папковича-Нейбера випливає, що ці компоненти можна представити у вигляді [5]

$$\begin{aligned} u &= 4(1-\nu)B_r - \frac{\partial}{\partial r}(rB_r + zB_z + B_0), \\ w &= 4(1-\nu)B_z - \frac{\partial}{\partial z}(rB_r + zB_z + B_0), \end{aligned} \quad (2)$$

де r, z – радіальна та осьова координати; B_r, B_z – проекції гармонічного вектора \mathbf{B} на відповідні координатні напрямки; B_0 – гармонічний скаляр; ν – коефіцієнт Пуассона.

При знаходженні часткових розв'язків задачі можна прийняти $B_z = 0$. Функції $B_r(r, z)e^{i\varphi}$ та $B_0(r, z)$ задовольняють рівнянню Лапласа

$$\nabla^2 B = 0, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (3)$$

Зробимо заміну змінних $\rho = r/r_0, \zeta = z/r_0$. Представивши функції B_r та B_z

відповідно в виді

$$B_r = R(\rho) \cos \beta \zeta, \quad B_\theta = r_0 Q(\rho) \cos \beta \zeta,$$

та підставивши їх в рівняння Лапласа (3), одержимо диференціальні рівняння для функцій $R(\rho)$ і $Q(\rho)$:

$$R'' + \frac{1}{\rho} R' - \left(\beta^2 + \frac{1}{\rho^2}\right) R = 0,$$

$$Q'' + \frac{1}{\rho} Q' - \beta^2 Q = 0.$$

Розв'язок цих рівнянь має відповідно вид

$$\begin{aligned} R &= C_1 I_1(\beta \rho) + C_2 K_1(\beta \rho), \\ Q &= D_1 I_0(\beta \rho) + D_2 K_0(\beta \rho), \end{aligned} \tag{4}$$

де $I_0(\rho\beta)$, $K_0(\rho\beta)$, $I_1(\rho\beta)$, $K_1(\rho\beta)$ – функції Бесселя уявного аргументу, C_1 , D_1 , C_2 , D_2 – довільні сталі. З обмеженості розв'язку на нескінченності впливає необхідність прийняття умови $C_1 = D_1 = 0$, так як функції $I_0(\rho\beta)$, $I_1(\rho\beta)$ необмежено зростають при $\rho \rightarrow \infty$. Підставивши знайдені розв'язки (4) в вирази (2), врахувавши при цьому формули диференціювання

$$K_0'(\beta \rho) = -\beta K_1(\beta \rho), \quad K_1'(\beta \rho) = -\beta K_0(\beta \rho) - K_1(\beta \rho) / \rho,$$

одержимо

$$u = [(4(1-\nu)K_1(\beta \rho) + \beta \rho K_0(\beta \rho))C_2 + \beta K_1(\beta \rho)D_2] \cos \beta \zeta,$$

$$w = [\rho K_1(\beta \rho)C_2 + K_0(\beta \rho)D_2] \beta \sin \beta \zeta.$$

Згідно закону Гука напруження виражаються за формулами

$$\begin{aligned} \sigma_r &= 2G \left(\frac{\nu \vartheta}{1-2\nu} + \frac{\partial u}{\partial r} \right), & \sigma_\varphi &= 2G \left(\frac{\nu \vartheta}{1-2\nu} + \frac{u}{r} \right), \\ \sigma_z &= 2G \left(\frac{\nu \vartheta}{1-2\nu} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), & \tau_{rz} &= G \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right), \end{aligned} \tag{5}$$

де ϑ – об'ємне розширення, яке в циліндричних координатах має вид

$$\vartheta = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}.$$

Підстановка знайдених виразів для переміщень в формули (5) дасть

$$\sigma_r^* = -\frac{2G}{r_0} \left[\left((3-2\nu)\beta K_0(\beta\rho) + \left(4(1-\nu)\frac{1}{\rho} + \beta^2\rho \right) K_1(\beta\rho) \right) C_2 + \right. \\ \left. + \beta \left(\beta K_0(\beta\rho) + \frac{1}{\rho} K_1(\beta\rho) \right) D_2 \right] \cos \beta\zeta,$$

$$\sigma_\varphi^* = \frac{2G}{r_0} \left[\left((1-2\nu)\rho K_0(\beta\rho) + 4(1-\nu)\frac{1}{\rho} K_1(\beta\rho) \right) C_2 + \frac{\beta}{\rho} K_1(\beta\rho) D_2 \right] \cos \beta\zeta,$$

$$\sigma_z^* = \frac{2G}{r_0} \left[\left(\beta^2\rho K_1(\beta\rho) - 2\nu\beta K_0(\beta\rho) \right) C_2 + \beta^2 K_0(\beta\rho) D_2 \right] \cos \beta\zeta,$$

$$\tau_{rz}^* = -\frac{2G}{r_0} \left[\left(\beta\rho K_0(\beta\rho) + 2(1-\nu)K_1(\beta\rho) \right) C_2 + \beta K_1(\beta\rho) D_2 \right] \beta \sin \beta\zeta.$$

Символом * позначено частковий розв'язок задачі. Загальний розв'язок представляється в формі інтеграла Фур'є:

$$\sigma_r(\rho, \zeta) = \int_0^\infty \sigma_r^*(\rho, \zeta, \beta) P(\beta) d\beta, \quad \sigma_\varphi(\rho, \zeta) = \int_0^\infty \sigma_\varphi^*(\rho, \zeta, \beta) P(\beta) d\beta, \\ \sigma_z(\rho, \zeta) = \int_0^\infty \sigma_z^*(\rho, \zeta, \beta) P(\beta) d\beta, \quad \tau_{rz}(\rho, \zeta) = \int_0^\infty \tau_{rz}^*(\rho, \zeta, \beta) P(\beta) d\beta,$$

$$\text{де } P(\beta) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty p(\zeta) \cos \beta\zeta d\zeta = \frac{2p_0}{\pi} \frac{\sin \beta b}{\beta};$$

$p(\zeta)$ задається співвідношенням (1), $b=l/r_0$. Довільні коефіцієнти C_2, D_2 визначаються з граничних умов

$$\sigma_r|_{\rho=1} = -p(\zeta), \quad \tau_{rz}|_{\rho=1} = 0.$$

При цьому для невідомих констант одержимо систему

$$\begin{cases} \left((3 - 2\nu)\beta K_0(\beta) + (4(1 - \nu) + \beta^2)K_1(\beta) \right) C_2 + \beta(\beta K_0(\beta) + K_1(\beta))D_2 = \frac{p_0 r_0}{\pi G}, \\ (\beta K_0(\beta) + 2(1 - \nu)K_1(\beta))C_2 + \beta K_1(\beta)D_2 = 0. \end{cases}$$

З розв'язку системи впливає що

$$C_2 = \frac{p_0 r_0}{\pi G} \frac{K_1(\beta)}{\psi(\beta)}, \quad D_2 = -\frac{p_0 r_0}{\pi G} \frac{K_0(\beta) + 2(1 - \nu)K_1(\beta) / \beta}{\psi(\beta)} \quad (6)$$

де $\psi(\beta) = (2(1 - \nu) + \beta^2)K_1^2(\beta) - \beta^2 K_0^2(\beta)$.

Остаточні вирази для напружень набудуть вигляду

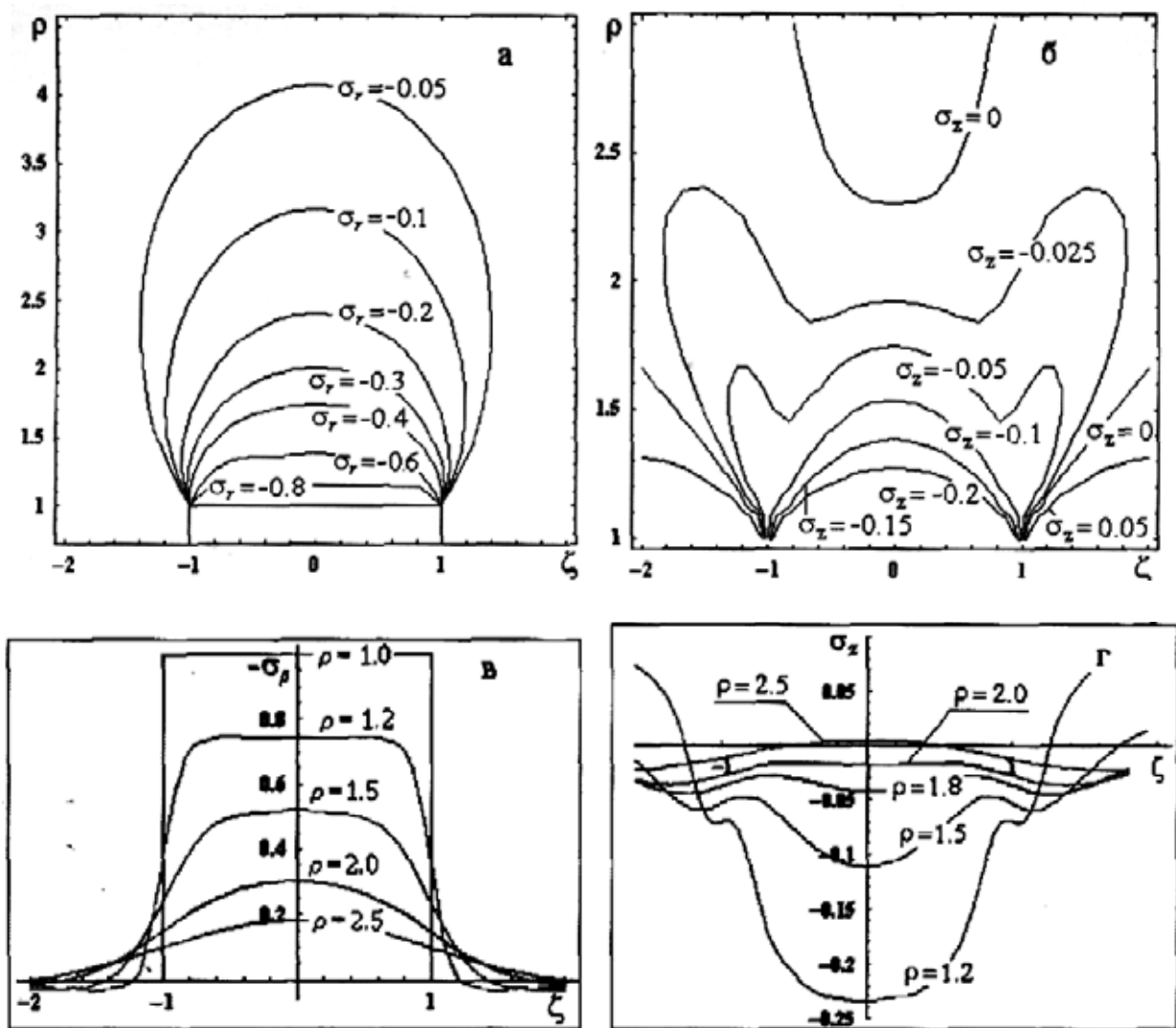
$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{2p_0}{\pi} \int_0^\infty \left[\left((3 - 2\nu)K_0(\beta\rho) + \left(4(1 - \nu)\frac{1}{\beta\rho} + \beta\rho \right) K_1(\beta\rho) \right) C + \right. \\ &\quad \left. + \left(\beta K_0(\beta\rho) + \frac{1}{\rho} K_1(\beta\rho) \right) D \right] \sin \beta b \cos \beta \zeta \, d\beta, \\ \sigma_\varphi &= \frac{2p_0}{\pi} \int_0^\infty \left[\left((1 - 2\nu)\frac{\rho}{\beta} K_0(\beta\rho) + 4(1 - \nu)\frac{1}{\beta\rho} K_1(\beta\rho) \right) C + \frac{1}{\rho} K_1(\beta\rho) D \right] \sin \beta b \cos \beta \zeta \, d\beta, \\ \sigma_z &= \frac{2p_0}{\pi} \int_0^\infty [(\beta\rho K_1(\beta\rho) - 2\nu K_0(\beta\rho)) C + \beta K_0(\beta\rho) D] \sin \beta b \cos \beta \zeta \, d\beta, \\ \tau_{rz} &= -\frac{2p_0}{\pi} \int_0^\infty [(\beta\rho K_0(\beta\rho) + 2(1 - \nu)K_1(\beta\rho)) C + \beta K_1(\beta\rho) D] \sin \beta b \sin \beta \zeta \, d\beta, \end{aligned}$$

де константи C, D задаються співвідношеннями

$$C = \frac{\pi G}{p_0 r_0} C_2, \quad D = \frac{\pi G}{p_0 r_0} D_2.$$

Розподіл напружень, показаний на рис. 2 демонструє складність напружено-деформованого стану у околі порожнини.

Осьові напруження можуть досягати значної величини і суттєво впливати на деформації в околі порожнини. Цього, звичайно, не можна виявити при використанні розв'язку задачі Ляме, що підтверджує доцільність переходу до розв'язку задачі гідророзриву свердловини як просторової задачі теорії пружності.



а, б – ізолінії напружень σ_r і σ_z відповідно;
 в, г – розподіл напружень σ_r і σ_z на різній відстані від осі циліндра
 Рис. 2 – Розподіл напружень у околі циліндричної порожнини.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1.Борисенко А.А. Теоретические основы гидроотжима и гидрорыхления на угольных шахтах.М.:Наука,1986.-109с.
- 2.Чернов О.И., РозанцевЕ.С. Подготовка шахтных полей с газовыбросоопасными пластами. М.:Недра,1975.-287с.
- 3.Михалюк А.В. Торпедирование и импульсный гидроразрыв пластов. Киев.:Наук.думка.1986.-208с.
- 4.Кулинич В.С., Кулинич С.В. Закономерности разрушения горных пород гидравлическим разрывом//Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. Праць. Ін-т геотехнічної механіки НАН України – Дн-ськ, 2001-Вип.29 - с.107-113.
- 5.Лурье А.К. Пространственные задачи теории упругости. М.: Гостехиздат, 1955.-491с.
- 6.Разработать математическую модель развития трещин в угольном массиве при различных видах нагнетания: Отчет о НИР/ ИГТМ АН Украины, Днепропетровск, 1991.